Subnormalidad de la matriz de Hessenberg asociada a los P.O. en el caso Hermitiano

Venancio Tomeo Perucha

Resumen

Este trabajo aplica la teoría de operadores subnormales, hiponormales, cuasinormales y normales, a la matriz de Hessenberg superior infinita D, correspondiente a una medida de Borel finita y positiva sobre un conjunto acotado del plano complejo. La matriz infinita D se considerará como un operador definido en l^2, esta matriz de Hessenberg D generaliza la tridiagonal de Jacobi del caso real, y los polinomios característicos de sus secciones finitas son los P.O. de la sucesión asociada a dicha medida. Cuando la matriz del producto escalar M en el espacio de los polinomios, es la matriz de momentos de una medida de este tipo, la matriz de Hessenberg asociada D define un operador subnormal en l^2. Esto permitirá considerar su extensión normal N, y utilizar la expresión matricial 2 de N en función de D, con lo que obtendremos resultados más débiles para D sin más que restringir a l^2 los que se cumplen para N.

Se obtienen resultados sobre la normalidad de D para distribuciones atómicas, y también para distribuciones reales "perturbadas" por aquellas, bajo ciertas condiciones restrictivas. Se estudia el comportamiento asintótico de los ceros del caso atómico utilizando exclusivamente herramientas de teoría de operadores. Se obtiene un teorema tipo Cayley-Hamilton, no conmutativo, para la matriz infinita D, cuando el soporte de la distribución está contenido en una curva expresable como un polinomio en z y $\bar{z}$.

Se prueba un notable teorema que extiende el teorema de Krein a medidas no necesariamente confinadas en la recta real; y se analiza con detalle la relación entre la matriz D y su extensión normal en un detallado ejemplo, en el que estudiamos la tridiagonal no simétrica de Cowen. Utilizándose los resultados obtenidos para averiguar el campo de valores y el soporte de la correspondiente distribución.

Finalmente se obtiene una expresión explícita para la resolvente de las secciones finitas D_n en función de los polinomios desplazados, obteniéndose, cuando existe, la resolvente de la matriz D, analizándose el tipo de convergencia de la resolvente de las secciones finitas rellenas de ceros a la resolvente de la matriz D, cuando $|z| > ||D2||$.