FACULTAD DE INFORMÁTICA (UPM) — CURSO 2004/2005
DPTO. DE MATEMÁTICA APLICADA — CÁLCULO INFINITESIMAL
Grupo 13M

CONVOCATORIA DE JUNIO (16/06/2005)
SEGUNDO PARCIAL

1. (3 puntos)
a) Calcula el volumen del sólido obtenido al girar alrededor del eje de ordenadas la región:

$$\Omega = \left\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \,:\, x^2 + y^2 \leq 16,\, y \geq -x^2 + 4,\, x \geq 0,\, y \geq 0\right\}$$

b) Calcula el área de la región comprendida entre el eje de abscisas y la gráfica de la función $f(x) = (x-1)e^{-x}$, $x \geq 1$.

2. (1,5 puntos) Se considera la sucesión $\{f_n\}_{n\geq 1}$, donde $f_n(x) = \dfrac{n+1}{n}\left(x + \dfrac{1}{x}\right)$, $x \neq 0$.
a) Estudia la convergencia puntual.
b) Estudia la convergencia uniforme en el intervalo $[1, 2]$.

3. (1,5 puntos) Obtén el campo de convergencia de las series de potencias:

a) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-1)^n}{7^n n^2}$ **b)** $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-1)^{n-1}}{7^n n}$

4. (1,5 puntos) Se considera la función:

$$f(x, y) = \begin{cases} x^2 \cos\frac{\pi}{x} + 2e^{x-y} & , \text{ si } x \neq 0 \\ 2e^{-y} & , \text{ si } x = 0 \end{cases}$$

a) Calcula sus derivadas parciales en el punto $(0, 0)$.
b) Halla la derivada direccional en el punto $(1, 1)$ con la dirección del vector $\overrightarrow{v} = (-1, 2)$.

5. (1 punto) Se considera la función:

$$f(x, y) = ayx^2 - x - b + \int_0^y \ln(2 + t^2)\, dt$$

Determina los valores de a y b para que $z - 5 = -(x-1) + 2y$ sea el plano tangente a la superficie $z = f(x, y)$ en el punto $(1, 0)$.

6. (1,5 puntos) Calcula los extremos absolutos de la función $f(x, y) = (x-1)^2 + y^2 - y(x-1)$ en el conjunto $A = \left\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \,:\, (x-1)^2 + y^2 \leq 2\right\}$.

Duración del examen: 3h