

EXAMEN FINAL DE JUNIO (17/06/2004)  
PRIMER PARCIAL

**Problema 1.**

- a) (1 punto) Halla todos los números complejos  $z$  que verifican:  $z^4 - 8|z| = 0$ .  
b) (1 punto) Halla el dominio y las asíntotas de la función:

$$f(x) = \frac{\sqrt{x^2 + 2x} + \ln(x + x^3)}{x + 1}$$

**Problema 2. (2 puntos)**

Estudia la continuidad y derivación en el origen de la función:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x - \operatorname{sen} x}{x^2} & , \text{ si } x < 0 \\ 0 & , \text{ si } x = 0 \\ x^2 \cos \frac{1}{x} & , \text{ si } x > 0 \end{cases}$$

**Problema 3. (2 puntos)**

Halla el polinomio de Taylor de grado 3 de la función  $f(x) = \sqrt{2x + 1}$  en  $x = 0$ , y úsalo para hallar un valor aproximado de  $\sqrt{1,02}$  estimando el error cometido.

**Problema 4.**

- a) (1 punto) Enuncia el teorema fundamental de Cálculo, y úsalo para hallar la derivada de la función  $F : [0, 2] \rightarrow \mathbb{R}$  definida por:

$$F(x) = \int_0^{1-x} te^{-t} dt$$

- b) (1 punto) Halla los extremos relativos y absolutos de la función  $F$  definida en a).

**Problema 5. (2 puntos)**

Haz un esbozo de la gráfica de la función

$$y = \frac{\ln x}{x^2}$$

y halla el área del recinto del primer cuadrante comprendido entre dicha gráfica y el eje de abscisas.