

SEGUNDO PARCIAL DE JUNIO (17/06/2004)

Problema 1. (1 punto)

Calcula el siguiente límite: $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{\frac{(3n+1)(3n+2)\dots(3n+n)}{n^n}}$

Problema 2. (1 punto)

Halla el campo de convergencia de la siguiente serie de potencias: $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n+2)x^{2n}}{n^3 2^{n+1}}$

Problema 3. (1 punto)

Dibuja la curva cuya expresión en coordenadas polares es $\rho = \sin 3\theta$. Indica el sentido de recorrido.

Problema 4. (1 punto)

Calcula y dibuja las curvas de nivel de la superficie: $z = \frac{-4x}{x^2 + y^2 + 1}$

Problema 5. (1 punto)

Sea $z = f(x, y)$ una función diferenciable que verifica la ecuación:

$$e^{x+z-2} \cos yz + 3y + z - 3 = 0$$

Sabiendo que $f(0, 0) = 2$, calcula la matriz jacobiana de f en $(0, 0)$.

Problema 6. (2 puntos)

Halla el dominio de la función:

$$f(x, y) = e^{\frac{(y-2)^3}{x^2+y^2+4-4y}}$$

y extiéndela por continuidad a los puntos de la frontera del dominio. Estudia su diferenciabilidad en $(0, 2)$.

Problema 7. (1 punto)

Utiliza el desarrollo en serie de potencias de las funciones seno y coseno para calcular el polinomio de Taylor de grado 4 en $(0, 0)$ de la función:

$$f(x, y) = x \cos y + y \sin x$$

Problema 8. (2 puntos)

Halla la distancia mínima de la elipse $x^2 + 2y^2 = 6$ a la recta $x + y = 5$.

Duración del examen: 3 horas