FACULTAD DE INFORMATICA (UPM) | **CURSO 2002/2003**
DPTO. DE MATEMÁTICA APLICADA | **CÁLCULO INFINITESIMAL**
Grupo 17T

Primer parcial de febrero (24/01/2003)

Problema 1. (2 puntos) a) Representa el conjunto

$$A = \left\{ x \in \mathbb{R} \, : \, \sqrt{2 - |x-3|} \geq 1 \right\} \cup \left\{ \frac{1}{n^2} \, : \, n \in \mathbb{N} \right\}$$

y calcula, si existen, el supremo, el máximo, el ínfimo y el mínimo de dicho conjunto.
b) Sean $z = 1 + 3i$ y w dos números complejos que verifican: $w^3 \left(z^2 + 8\right) = 2z - z^2 - 4$. Calcula w en forma binómica.

Problema 2. (2 puntos) a) Halla el dominio D de la función:

$$g(x) = \frac{\left|x^2 - 2x - 3\right| (x-2) \sin \frac{\pi}{x}}{x^3 - 4x^2 + x + 6}$$

b) Estudia la continuidad (clasificando las discontinuidades) de la función:

$$f(x) = \begin{cases} g(x) & \text{si } x \in D \\ 0 & \text{si } x \notin D \end{cases}$$

Problema 3. (2 puntos) Representa gráficamente la función:

$$f(x) = \ln \left(\frac{x^3}{3x-2} \right)$$

Problema 4. (2 puntos) a) Encuentra la expresión explícita (dependiente de a y b) para una función $f \, : \, (0, +\infty) \longrightarrow \mathbb{R}$ de clase $\mathcal{C}^\infty$ que verifica:

$$\int_1^{x^2} f(t) \, dt = e^{x^2} + ax^6 + bx^4$$

b) Halla a y b si el polinomio de Taylor de f de grado 2 centrado en $x = 1$ es:

$$P_2^1(x) = \frac{-3e}{4} + \frac{5e}{4}(x-1)^2$$

Problema 5. (2 puntos) a) Calcula el volumen de revolución engendrado al girar alrededor del eje x la región:

$$D = \left\{ (x,y) \in \mathbb{R}^2 \, : \, 0 \leq x \leq 1, \, 0 \leq y \leq \sqrt{x} e^{2x} \right\}$$

b) Halla la longitud de la curva $y = ln(\cos x)$, desde $x = 0$ a $x = \pi/4$.