FACULTAD DE INFORMÁTICA (UPM) | **CURSO 2001/2002**
DPTO. DE MATEMÁTICA APLICADA | **CÁLCULO INFINITESIMAL**
Grupo 17T

PRIMER PARCIAL DE FEBRERO (29/01/2002)

Problema 1. (2 puntos)
Señala la certeza o falsedad de las cuestiones que aparecen en la siguiente página. (Cada pregunta con los tres apartados acertados puntuará 0.5, con dos aciertos y una en blanco 0.3, con dos aciertos y un error o un acierto y dos en blanco 0.2, y con más de un error no puntúa).

Problema 2. (2 puntos)
Se considera la función: $f(x) = \dfrac{(x-a)\sqrt{x+4}}{(x-3)e^{-1/x}}$, $a \in \mathbb{R}$.
a) Halla el dominio D de f.
b) Estudia, según los valores de $a \in \mathbb{R}$, la continuidad (clasificando las discontinuidades) de la función:

$$g(x) = \begin{cases} f(x) & , \text{si } x \in D \\ 0 & , \text{si } x \notin D \end{cases}$$

Problema 3. (2 puntos)
Una isla está situada a 3 km del punto A más cercano de la costa, que es recta. En la costa, a 10 km del punto A, hay una central eléctrica. Se quieren comunicar la isla y la central mediante un cable que conste de una parte submarina, entre la isla y un punto B (entre el punto A y la central), y otra parte subterránea, entre el punto B y la central. El coste de cable submarino es de 20 000 €/km, y el de cable subterráneo de 12 000 €/km.
a) Encuentra la función que da el coste del cable necesario en función de la distancia entre los puntos A y B, y represéntala gráficamente (en el dominio considerado).
b) Encuentra el coste mínimo del cable necesario para establecer la comunicación. ¿Cuál sería su coste máximo?

Problema 4. (2 puntos)
Se considera la función: $F(x) = \displaystyle\int_0^{x^2} \frac{|\operatorname{sen} t|}{t^2+1}\,dt$.
a) Halla su dominio y simetrías.
b) Determina sus intervalos de crecimiento y decrecimiento y sus extremos relativos.
c) Encuentra los puntos donde se alcanzan sus extremos absolutos en cada uno de los siguientes intervalos: $[-1,3]$, $[-5,5]$ y $[3,7]$.
d) ¿Está F acotada en su dominio?

Problema 5. (2 puntos)
a) Se consideran las curvas $y = 2 - x^2$ e $y = ax^2$. Determina el valor de $a > 0$ para que el área encerrada entre las dos curvas sea la mitad del área de la región acotada limitada por la primera curva y el eje de abscisas.
b) Para el valor de a encontrado en el apartado anterior, halla el volumen de revolución engendrado al girar la región acotada limitada por las dos curvas anteriores, alrededor del eje de abscisas.
c) Calcula la integral: $\displaystyle\int_{-\infty}^{-1} \frac{dx}{-x^3+2x^2-x}$.

Señala la certeza o falsedad de las siguientes afirmaciones. V F

i) Sean $z, u \in \mathbb{C}$.

- **a)** Pueden existir $u, z \in \mathbb{R}$ tales que $|uz| > |u|\,|z|$. ☐ ☐
- **b)** Se cumple que $|1+i| = 2$. ☐ ☐
- **c)** Se cumple que $|\overline{z}| = \overline{|z|}$. ☐ ☐

ii) Sea $f : [a,b] \longrightarrow \mathbb{R}$ continua en $[a,b]$ y $f(a) = f(b)$.

- **a)** $\exists c \in (a,b)$ tal que $f'(c) = 0$. ☐ ☐
- **b)** f alcanza en $[a,b]$ su máximo y mínimo absolutos. ☐ ☐
- **c)** $\exists c \in (a,b)$ tal que $f(c) = 0$. ☐ ☐

iii) Sea $f : [a,b] \longrightarrow \mathbb{R}$ derivable en (a,b).

- **a)** f es continua en (a,b). ☐ ☐
- **b)** $f(a) = \lim_{x \to a^+} f(x)$ y $f(b) = \lim_{x \to b^-} f(x)$. ☐ ☐
- **c)** $\exists c \in (a,b)$ tal que $f(b) - f(a) = f'(c)(b-a)$. ☐ ☐

iv) Sea $f : [a,b] \longrightarrow \mathbb{R}$.

- **a)** Si f no es continua en algún punto de $[a,b]$, entonces f no es integrable en $[a,b]$. ☐ ☐
- **b)** Si f es integrable en $[a,b]$, entonces f tiene primitiva en $[a,b]$. ☐ ☐
- **c)** Si f tiene primitiva en $[a,b]$, entonces f es continua en $[a,b]$. ☐ ☐