

1. Señala la certeza o falsedad de las cuestiones que aparecen en la siguiente página. (Cada pregunta con los tres apartados acertados, puntuara 0.5, con un error 0.2 y con dos errores no puntúa)

2. (a) Clasifica las discontinuidades, y determina las asíntotas horizontales y verticales, de la función:

$$f(x) = \frac{(x-2)e^{-1/x} \cos \frac{2\pi}{x-2} \operatorname{sen} \frac{\pi(x^2-1)}{2}}{x^2 - 4x + 3}.$$

(b) Sin hacer ningún cálculo adicional, esboza la gráfica cerca de las asíntotas.

3. La expresión $x^3 + 2xy + y^3 = 3$ define implícitamente una función $y = f(x)$, en un entorno de $a = -1$.

(a) Halla su polinomio de Taylor de grado 2 en un entorno del punto $a = -1$.

(b) Halla un valor aproximado de la función $y = f(x)$ en $x = -0.9$.

(c) ¿Cuál es la ecuación de la recta tangente a la curva en el punto $a = -1$?

4. (a) Demuestra mediante una integral que el volumen del cono de radio R y altura h es $\frac{1}{3}\pi R^2 h$.

(b) Dado un cono de radio R y altura h , determina las dimensiones del cono de mayor volumen que puede inscribirse dentro de él, de manera que el vértice esté en el centro de la base del cono dado y los ejes de ambos coincidan.

5. Dada la función

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}.$$

(a) Obtén el área de la región situada en el primer cuadrante, limitada por la gráfica de f y su asíntota vertical.

(b) Obtén el volumen del solido generado al girar alrededor del eje OX , la región del apartado a).

Señala la certeza o falsedad de las siguientes afirmaciones.

V F

- i) a) $|x - a| < 2 \iff x \in (a - 2, a + 2)$.
- b) $|e^{ib}| = 1$ para todo $b \in \mathbb{R}$.
- c) $\cos x = \cos y \Rightarrow x = y$.
- ii) a) 0^∞ es una indeterminación.
- b) f es continua en $a \iff \lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow a^-} f(x)$.
- c) $\lim_{x \rightarrow \infty} x \operatorname{sen} \left(\frac{1}{x} \right) = 1$.
- iii) a) f continua y acotada en $(a, b) \Rightarrow f$ derivable.
- b) Si $f(x) = |x^2 + 1| \Rightarrow f'(x) = 2x$.
- c) Si f es continua en $[a, b]$ y derivable en $(a, b) \Rightarrow$ existe $x \in (a, b)$ tal que $f'(x) = \frac{f(b) - f(a)}{b - a}$.
- iv) a) $\int \frac{a^2}{x^2 + b^2} dx = \frac{a^2}{b^2} \arctan \left(\frac{x}{b} \right) + C$.
- b) f derivable en $[a, b] \Rightarrow f$ integrable en $[a, b]$.
- c) $\int f(x)g(x)dx = f(x) \int g(x)dx + g(x) \int f(x)dx$.