FACULTAD DE INFORMATICA — CURSO 98/99

DPTO. DE MATEMÁTICA APLICADA — ÁLGEBRA LINEAL

EXAMEN FINAL DE SEPTIEMBRE (15/09/99)

Ejercicio 1. (25 puntos)
Sea $f : \mathbb{P}_2(\mathbb{R}) \longrightarrow \mathbb{P}_2(\mathbb{R})$ dada por

$$f\left(ax^2+bx+c\right) = 2(a-c)x^2 + (c-a)x + b + 2c$$

1. Calcular la matriz de la aplicación f con respecto a la base usual de $\mathbb{P}_2(\mathbb{R})$.
2. Calcular las ecuaciones implícitas de $\operatorname{Ker} f$ y las ecuaciones paramétricas de $\operatorname{Im} f$, especificando una base de cada uno de ellos.
3. Razonar si f es isomorfismo (biyectiva).
4. Calcular $f^{-1}\left(L\left\{2x^2-x+1\right\}\right)$.

Ejercicio 2. (15 puntos)
Sea

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ -1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

la matriz de una aplicación ortogonal $f : \mathbb{R}^3 \longrightarrow \mathbb{R}^3$ en la base canónica. Clasificar la aplicación f dando el plano de simetría y/o el eje y ángulo de giro, en su caso.

Ejercicio 3. (10 puntos)
Probar que si $\{v_1, \cdots, v_k\}$ es un conjunto ortogonal de vectores en un espacio euclídeo V, entonces el conjunto $\{v_1, \cdots, v_k\}$ es linealmente independiente.

Ejercicio 4. (25 puntos)
En el espacio euclídeo $\mathbb{R}^4$, con el producto escalar usual, se considera el subespacio vectorial

$$S = \left\{(x,y,z,u) \in \mathbb{R}^4 \ : \ x+z-u=0\right\}$$

Se pide:

1. Dar una base ortonormal de S.
2. Hallar el complementario ortogonal de S.
3. Calcular la proyección ortogonal de $v=(1,1,1,1)$ sobre S y la distancia de v a S.

Ejercicio 5. (25 puntos)
Se considera la siguiente cónica: $3x^2+3y^2-2xy-2=0$.

1. Hallar su ecuación reducida, dando el giro y la traslación utilizadas.
2. Hallar el centro y los ejes. Dibujar la cónica del enunciado.