

APELLIDOS:

NOMBRE:

Teoría. (5 puntos)

Demostrar que, en un espacio vectorial V , las coordenadas de un vector respecto de una base $B = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$ son únicas.

Problema 1. (5 puntos)

En \mathbb{R}^4 se consideran los subespacios vectoriales

$$S = L(\{(1, 0, 1, 0), (1, -1, 0, 0)\})$$
$$T = \{(x_1, x_2, x_3, x_4) : x_1 = 0, x_2 - x_3 = 0\}$$

Obtener bases de $S \cap T$ y de $S + T$.

Problema 2.

Sea $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ un endomorfismo cuya matriz respecto de la base canónica, $B_c = \{e_1, e_2, e_3\}$, es

$$M(f, B_c) = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 1 \\ -1 & -3 & -1 \\ 2 & 4 & 1 \end{pmatrix}$$

Se pide:

1. (5 puntos) Hallar las ecuaciones implícitas del núcleo y de la imagen.
2. (5 puntos) Hallar la matriz del endomorfismo respecto de la base

$$B = \{u_1 = (-1, 1, 1), u_2 = (1, -1, 0), u_3 = (-1, 0, 2)\}$$

3. (5 puntos) Hallar los autovalores, subespacios propios asociados y, si es diagonalizable, dar la matriz diagonal y la matriz asociada de cambio de base.