APLICACIONES ORTOGONALES(15/05/07)gpo.12-m2

Ejercicio 35. *En IR2 se consideran las aplicaciones lineales cuyas respectivas matrices (en la base canónica) son:*

A=()1415 B=()1312 C=()1225 D=()1/2Ö3/2Ö3/2-1/2 E=()
3 2-1 21 2Ö3 2 F=()Ö3/21/21/2-Ö3/2

Comprobar si son ortogonales y clasificarlas (en caso afirmativo):

$$\begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 1 & 5 \end{bmatrix}, \quad \textit{no es ortogonal}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}, \quad \textit{no es ortogonal}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 5 \end{bmatrix}, \quad \textit{no es ortogonal}$$

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2}\sqrt{3} \\ \frac{1}{2}\sqrt{3} & \frac{-1}{2} \end{bmatrix}, \quad \textit{es ortogonal}$$

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{2}\sqrt{3} & \frac{-1}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2}\sqrt{3} \end{bmatrix}, \quad \textit{es ortogonal}$$

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{2}\sqrt{3} & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & -\frac{1}{2}\sqrt{3} \end{bmatrix}, \quad \textit{es ortogonal}$$

PROPIEDAD: TODO ELEMENTO DE UNA MATRIZ ORTOGONAL ES MENOR O IGUAL QUE UNO EN V. ABSOLUTO.

Ejercicio 36. *Clasificar las siguientes aplicaciones ortogonales de IR3 , definidas por las matrices respecto de la base canónica*
: 1Ö2010 1Ö2010Ö2 ()0Ö3/2-1/20-1/2-Ö3/2-100 13()1-2-22-1222-1

$$\begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

simetría resp a plano generado por los vectores $\| \{[0, 1, 0], [1, 0, \sqrt{2} - 1]\}$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{3}{4} + \frac{1}{4} I \sqrt{7} & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{3}{4} - \frac{1}{4} I \sqrt{7} \end{bmatrix}$$

se trata de un giro cuyo eje es la recta de vdir. $\| \{[\sqrt{3}, 1, -\sqrt{3}]\}$

$$\begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{3} + \frac{2}{3} I \sqrt{2} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{3} - \frac{2}{3} I \sqrt{2} \end{bmatrix}$$

se trata de un giro cuyo eje es la recta de vdir. $\| \{[0, -1, 1]\} \|$ *compuesto con la simetría respecto del plano generado por* $\| \{[I \sqrt{2}, 1, 1]\} \| \{[-I \sqrt{2}, 1, 1]\}$

>

Ejercicio 33. *En el espacio euclídeo IR4 se considera el subespacio F=L{(-1,0,0,1), (1,-1,0,0)}. Hallar el complemento ortogonal de F y expr matriz (en la base canónica) de la proyección ortogonal de IR4 sobre F ¿Se trata de una transformación ortogonal?*

$$baort := \left\{ \left[-\frac{1}{2}\sqrt{2}, 0, 0, \frac{1}{2}\sqrt{2} \right], \left[\frac{1}{6}\sqrt{3}\sqrt{2}, -\frac{1}{3}\sqrt{3}\sqrt{2}, 0, \frac{1}{6}\sqrt{3}\sqrt{2} \right] \right\}$$

$$cortog := \{x - 2y + t = 0, -x + t = 0\}$$

$$proyeccion := \left[\frac{2}{3}x - \frac{1}{3}t - \frac{1}{3}y, -\frac{1}{3}x + \frac{2}{3}y - \frac{1}{3}t, 0, -\frac{1}{3}x + \frac{2}{3}t - \frac{1}{3}y \right]$$

$$MATPR := \begin{bmatrix} \frac{2}{3} & \frac{-1}{3} & 0 & \frac{-1}{3} \\ \frac{-1}{3} & \frac{2}{3} & 0 & \frac{-1}{3} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{-1}{3} & \frac{-1}{3} & 0 & \frac{2}{3} \end{bmatrix}$$

Error, (in inverse) singular matrix

no es ortogonal

Ejercicio30. *Sea f:V®V una aplicación lineal definida en un espacio euclídeo cuyas ecuaciones respecto de una base ortonormal B son :*
= 1/3 (x1 - 2x2 y/2x3); y2 = 1/3 (2x1 + x2 - 2x3); y3 = 1/3 (2x1 - 2x2 + x3)

(a) Hallar la matriz A asociada a f respecto de B

(b) Probar que f es una aplicación ortogonal.

(c) Hallar el subespacio S de vectores invariantes por f. ¿Se cumple que f (S^) = S^?.

(d) Decir cuál es el significado geométrico de la aplicación f

a)

$$A := \begin{bmatrix} \frac{1}{3} & \frac{-2}{3} & \frac{-2}{3} \\ \frac{-2}{3} & \frac{1}{3} & \frac{-2}{3} \\ \frac{-2}{3} & \frac{-2}{3} & \frac{1}{3} \end{bmatrix}$$

b)

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{3} & \frac{-2}{3} & \frac{-2}{3} \\ \frac{-2}{3} & \frac{1}{3} & \frac{-2}{3} \\ \frac{-2}{3} & \frac{-2}{3} & \frac{1}{3} \end{bmatrix} \text{, } \textit{es ortogonal}$$

pues el producto At por A es igual a , $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

>

c)

las ecs. param. del subespacio pedido son : , $\{z = -t_2 - t_1, x = t_2, y = t_1\}$

una base de S es : || ([-1, 1, 0]) || ([-1, 0, 1])

las eqs. del sb. ortogonal a S son: , $\{-x + y = 0, -x + z = 0\}$, *(recta en el espacio)*

si, pues , $\begin{bmatrix} \frac{1}{3} & \frac{-2}{3} & \frac{-2}{3} \\ \frac{-2}{3} & \frac{1}{3} & \frac{-2}{3} \\ \frac{-2}{3} & \frac{-2}{3} & \frac{1}{3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ x \\ x \end{bmatrix}$, *da*, $\begin{bmatrix} -x \\ -x \\ -x \end{bmatrix}$

por lo que lo que hace con estos vects. es cambiarles el stdo., sin salir, por tanto del subespacio

d)

simetría resp a plano generado por los vectores || {[-1, 0, 1], [-1, 1, 0]}