

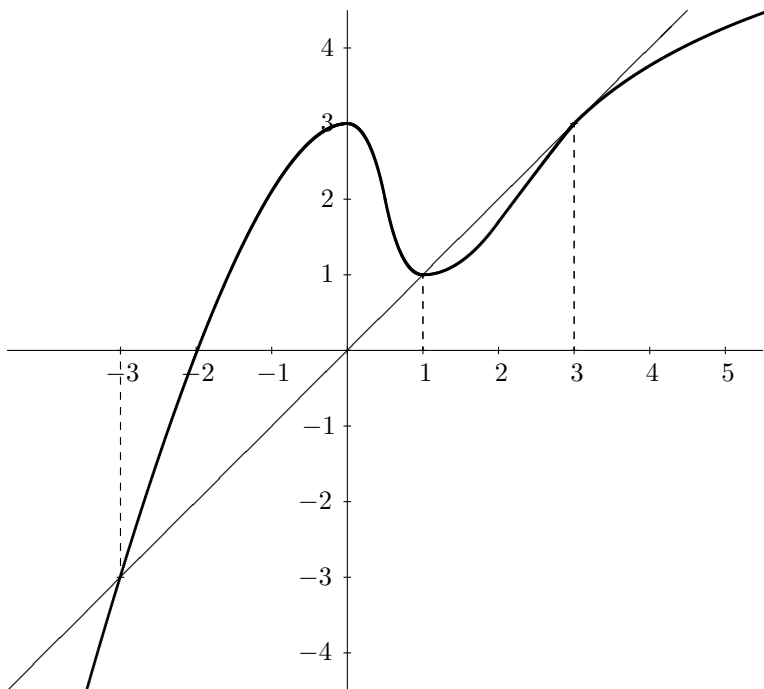
APPELLIDOS:
NOMBRE:

OPTATIVA
LIBRE ELECCIÓN

1. Señalar la certeza o falsedad de las siguientes afirmaciones. (Cada pregunta con los tres apartados acertados puntuará 0.5, dos aciertos y la otra en blanco 0.3, un acierto y dos en blanco o dos aciertos y un error 0.2 y más de un error no puntúa)

- i) Sean $f : [0, 1] \rightarrow [0, 1]$ derivable y sea $x_0 \in (0, 1)$. V F
- a) Si x_0 es punto fijo atractivo de f , entonces $|f'(x_0)| \leq 1$.
- b) Si $|f'(x_0)| \geq 1$, entonces x_0 es punto fijo repulsivo de f .
- c) Si $f(x) = 1 - x^2$, entonces 0 es punto fijo superatractivo de f .
- ii) Sea $f_c : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$, tal que $f_c(x) = cx(1 - x)$, $c \in \mathbb{R}$.
- a) Existe un único valor de c para el que 0.5 es un punto fijo.
- b) Si $c = 4$, la órbita de 0.5 es densa.
- c) Si $c > 4$, la órbita de 0.5 diverge a $-\infty$.
- iii) Sea $S : [0, 1] \rightarrow [0, 1]$ la función "shift".
- a) S tiene dos puntos fijos, ambos repulsivos.
- b) S tiene dos 2-ciclos, ambos repulsivos.
- c) S tiene ciclos de todos los periodos, y todos son repulsivos.
- iv) Sea $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ lineal, tal que $f(x, y) = Ax$, con A matriz con autovalores con módulo distinto de 1.
- a) Hay un único punto fijo de f , el origen, y no hay 2-ciclos.
- b) Si el origen no es atractivo ni repulsivo, ha de ser un punto de silla.
- c) Si el origen es un punto de silla todas las órbitas terminan alejándose del origen.

2. Determinar los puntos fijos, el carácter (atractivo o repulsivo) y las cuencas de atracción (si la hubiera) del sistema dinámico en \mathbb{R} definidos por la función de gráfica



Determina también el conjunto de puntos cuya órbita diverge a ∞ y a $-\infty$.

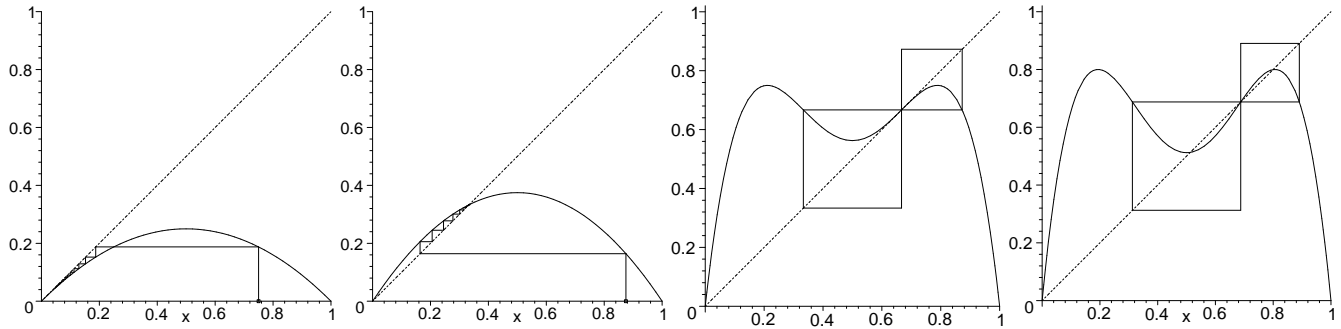
3. Enuncia la caracterización de los sistemas dinámicos caóticos utilizada en la demostración de que los sistemas dinámicos definido por las aplicaciones “shift” y tienda son caóticos.

Un sistema dinámico es caótico \iff

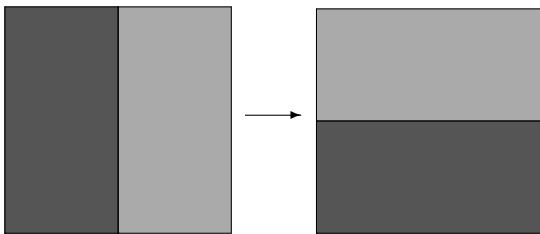
¿Qué 2 de las 3 propiedades que definen un sistema caótico se deducen inmediatamente de esa caracterización?

Sensibilidad a las condiciones iniciales Transitividad topológica Densidad de los puntos periódicos

4. Explica por que se produce la cascada de duplicaciones del periodo en el diagrama de Feigenbaum apoyándote en las siguientes gráficas



5. Da la expresión explícita de la aplicación del panadero f



Indica cuál de los rectángulos de la derecha son la imagen por f^3 de los rectángulos A, B, C, D, E, F, G, H

