5. Sistemas dinámicos complejos (Práctica 5)

Ejercicio 5.1. El siguiente procedimiento, adaptación directa del del ejercicio 1.2 (práctica 1) calcula términos de la órbita de un punto p para $f_c(x) = z^2 + c$.

```
> orbjulianumer:=proc(c,p,m,n)
> local l,a,b,k;
> a:=p;
> for k from 1 to m-1 do; a:=evalf(a^2+c); od;
> l:=[a]:
> for k from 1 to n-m do;
>   b:=evalf(a^2+c); l:=[op(l),b]; a:=b;
> od:
> l;
> end:
```

Aplicar este procedimiento para ver si el 0 es atraído por algún ciclo atractivo de f_c para $c = 0.11875 + 0.5375i$, $c = 0.39276041667 + 0.21875i$, $c = 0.432502495497 + 0.22695735674i$, $c = -\dfrac{3}{4}$ (punto de transición de punto fijo atractivo a 2-ciclo atractivo), $c = -\dfrac{1}{8} + \dfrac{3}{8}i\sqrt{3}$ (punto de transición de punto fijo atractivo a 3-ciclo atractivo), $c = -0.3905407802 + 0.5867879073i$ (punto de transición de punto fijo atractivo a no existencia de ciclo atractivo), $c = 0.3905 + 0.5867i$ y $c = i$.

Ejercicio 5.2. Escribir un procedimiento "orbjulianegnumer(c,p,n)" que calcule términos de la órbita negativa de un punto p para $f_c(x) = z^2 + c$. Tendrá por argumentos:

- $c =$ valor del parámetro en $f_c(z) = z^2 + c$.
- $p =$ punto inicial.
- $n =$ índice hasta el que se calcula la órbita negativa.

Aplicar este procedimiento para $c = 0$, $n = 6$ y para $p = i$ y $p = 1$. En el segundo caso, al ser $p = 1$ un punto fijo, se observa que se repiten muchos puntos.

Escribir un procedimiento "orbjulianegnumerpfijo(c,p,n)" que calcule términos de la órbita negativa de un punto fijo p para $f_c(x) = z^2 + c$, en el que no aparezcan los términos repetidos. Aplicar este procedimiento para $c = 0$, $n = 6$ y $p = 1$.

Ejercicio 5.3. El siguiente procedimiento de Maple calcula, si los hay, puntos fijos atractivos para $f_c(z) = z^2 + c$

```
> pfijoatractjulia:=proc(c)
> local s,l,ll,i;
> l:=[fsolve(z=z^2+c,z,complex)];
> ll:=[]:
> for i from 1 to nops(l) do:
>   if abs(2*l[i])<1 then ll:=[op(ll),l[i]]; fi:
> od:
> ll;
> end:
```

Adaptarlo para obtener un procedimiento “pperatracjulia(c,n)” que calcule, si los hubiera k-ciclos atractivos de f_c, para $k = 1, 2, \ldots, n$, y aplicarlo a los valores de c del ejercicio 1 para comprobar si los ciclos que atraen al cero son ciclos atractivos.

Ejercicio 5.4. El siguiente procedimiento de Maple pinta en el plano complejo los puntos de una lista l, destacando el primero.

```
> orbgraf:=proc(l)
> local a,aa,p0,ll,p1;
> a:=l[1]; aa:=[Re(a),Im(a)];
> p0:=plot([aa],style=point,symbol=BOX,color=blue);
> ll:=[aa,seq([Re(l[i]),Im(l[i])],i=1..nops(l))];
> p1:=plot(ll,style=point,symbol=point,color=blue):
> plots[display](p0,p1,scaling=constrained);
> end:
```

Combinarlo con el procedimiento “orbjulianumer(c,p,1,n)” para obtener un procedimiento “orbjulia(c,p,n,d,e)” que pinte la órbita de un punto p para la función $f_c(z) = z^2 + c$.

Aplicar este procedimiento a los valores de c del ejercicio 1 con $p = 0$.

Ejercicio 5.5. Combinar con el procedimiento “orbjulianegnumerpfijo(c,p,n)” y el procedimiento “orbgraf(l)” para obtener un procedimiento “juliaiterinv(c)” que pinte el conjunto de Julia para $f_c(z) = z^2 + c$, utilizando el algoritmo de iteración inversa.

Aplicar este procedimiento a los valores de c del ejercicio 1.

Ejercicio 5.6 (Opcional)**.** Para cada región del conjunto de Mandelbrot correspondiente a parámetros para los que existe un ciclo atractivo de un determinado periodo, existe exactamente un valor de c, llamado centro de la región, para el cual el punto 0 está en el periodo atractivo correspondiente.

Escribir un procedimiento “centros(n)” que calcule todos los centros de orden n.

Utilizarlo para localizar en el conjunto de Mandelbrot todas las regiones correspondientes a 1, 2, 3, 4 y 5-ciclos.