

2. Sistemas dinámicos cuadráticos (La familia logística) (Práctica 2)

Ejercicio 2.1. Modificar los procedimientos para el análisis gráfico (en la versión no animada) y para el análisis gráfico avanzado para obtener dos procedimientos

```
> aglogistica:=proc(c,p,n)
> aglogisticaavanzado:=proc(c,p,n)
```

que se aplique a la familia de aplicaciones de la forma $f_c(x) = cx(1-x)$, visualizando el resultado en la ventana $[0, 1] \times [0, 1]$. El argumento c corresponde al parámetro y p al punto inicial para el que calculamos la órbita.

Utilizarlos, aplicándolos a $p = 0.5$, para estudiar si existen puntos fijos o ciclos atractivos para los siguientes valores de c : 0, 0.9, 1.7, 2.4, 3.1, 3.4, 3.6, 3.7, 4. En caso afirmativo, indica si la cuenca de atracción es todo $[0, 1]$ o si está formada por varios intervalos disjuntos. En este último caso, ¿cuántos intervalos forman la cuenca de atracción?

Ejercicio 2.2. Modificar el procedimiento “aglogistica” para obtener un nuevo procedimiento

```
> aglogisticapuntovariable:=proc(c,m,n)
```

que se aplique, sucesivamente (usar “insequence=true”), a m puntos regularmente espaciados $\left\{0, \frac{1}{m-1}, \frac{2}{m-1}, \dots, \frac{m-2}{m-1}, 1\right\}$ del intervalo $[0, 1]$.

Aplicarlo, con $m = 11$, a los valores de c de la tabla anterior para observar cómo varía la órbita según el punto inicial que escojamos.

Ejercicio 2.3. Modificar el procedimiento “aglogistica” para obtener un nuevo procedimiento animado

```
> aglogisticaparametrovariable:=proc(p,r,n)
```

que se aplique a un punto p y a r valores de c regularmente espaciados en $[0, 4]$.

Aplicarlo con $r = 5$, $r = 9$, $r = 21$ y $r = 41$, para observar cómo varía la órbita de $\frac{1}{23}$ según varía c .

Ejercicio 2.4. Escribir un procedimiento

```
> graficas:=proc(c,n)
```

que represente en unos mismos ejes las gráficas (superpuestas) de $f_c, f_c^2 = f_c \circ f_c, \dots, f_c^n = f_c \circ f_c \circ \dots \circ f_c$ en $[0, 1]$ (junto con la diagonal del primer cuadrante como referencia), para un valor determinado de c . Tendrá por argumentos

- $c =$ parámetro.
- $n =$ número de iteraciones de f .

Aplicarlo a los valores de c del ejercicio anterior.

Ejercicio 2.5. Modificar el procedimiento anterior para obtener un nuevo procedimiento

```
> graficasavanzadas:=proc(c,m,n)
```

que represente en unos mismos ejes las gráficas (superpuestas) de $f_c^m, f_c^{m+1}, \dots, f_c^n$ en $[0, 1]$ (junto con la diagonal del primer cuadrante como referencia), para un valor determinado de c .

Utilizarlo, probando diferentes valores de c , con $m = n = 3$, para detectar la existencia de valores de c para los que existe un 3-periodo. ¿Existen valores de c para los que ese 3-ciclo es atractivo?

Ejercicio 2.6. Modificar el procedimiento “gráficas” para obtener un nuevo procedimiento

```
> graficasparamvariable:=proc(r,n)
```

que se aplique, de forma animada, a r valores de c regularmente espaciados en $[0, 4]$.

Aplicarlo a $r = 5$, $r = 9$ y $r = 21$, para observar cómo varía el estado final de las órbitas según varía c .

Ejercicio 2.7. Dibujar el diagrama de Feigenbaum ampliando el intervalo de valores de c de $[0, 4]$ a $[-2, 4]$.

Ejercicio 2.8 (Opcional). Escribir un procedimiento

```
> feigenalt:=proc(n)
```

que represente, en unos mismos ejes, las funciones $f_1, f_2, \dots, f_n : [0, 4] \rightarrow [0, 1]$, dadas por

$$f_1(c) = f_c\left(\frac{1}{2}\right), f_2(c) = f_c \circ f_c\left(\frac{1}{2}\right), f_3(c) = f_c \circ f_c \circ f_c\left(\frac{1}{2}\right), \dots, f_n(c) = f_c \circ f_c \circ \dots \circ f_c\left(\frac{1}{2}\right).$$

Aplicarlo a $n = 8$ y $n = 16$, comparando el resultado obtenido con el diagrama de Feigenbaum. ¿Cuál es la razón del parecido entre ambos?