

MATEMÁTICA DISCRETA

EJERCICIO 1 (20 puntos)

- a) Resuelve el siguiente sistema de congruencias
$$\begin{cases} 4x \equiv 11 \pmod{15} \\ 10x \equiv 8 \pmod{12} \end{cases}$$
- b) Calcula el resto de dividir 11^{954} entre 20.

EJERCICIO 2 (20 puntos)

- a) En una liga de Baloncesto participan 8 equipos, ¿de cuántas maneras se puede planificar los partidos de la primera jornada?

Cada partido consta de 4 tiempos. Si en cada tiempo participan 5 jugadores y cada componente del equipo ha de jugar al menos 1 tiempo y no más de 3, contestar a las siguientes preguntas:

- b) En un equipo con 10 integrantes, el entrenador decide que ninguno de ellos participe dos tiempos consecutivos, ¿de cuántas maneras puede elegir la alineación de los cuatro tiempos?
- c) En un equipo con 8 componentes, ¿de cuántas maneras se puede elegir el número de tiempos que intervendrá cada jugador del equipo?

EJERCICIO 3 (15 puntos)

Resuelve la siguiente relación de recurrencia con sus condiciones iniciales:

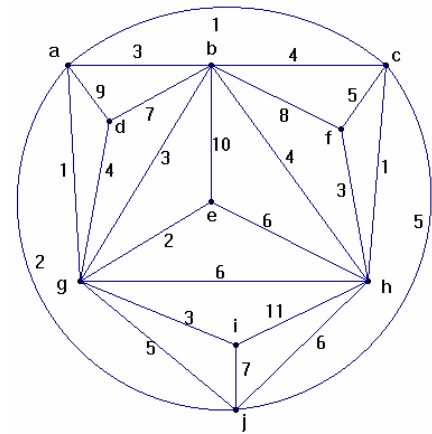
$$a_n + 2a_{n-1} + a_{n-2} = n^2 + 1, \quad n \geq 2, \quad a_0 = 1, a_1 = -1.$$

EJERCICIO 4 (30 puntos)

- a) Sea T un árbol de 12 vértices que tiene exactamente 3 vértices de grado 3 y 1 vértice de grado 2. Halla la sucesión de grados de T.

La red de la figura representa el sistema de alcantarillado del barrio de San Genaro, que no funciona correctamente. El equipo de poceros municipal dispone de un robot para la revisión. Si en algún tramo hay que realizar obra, la etiqueta correspondiente indica el coste de la reparación en miles de euros.

- b) Los poceros introducen el robot en la red por la entrada **a**. ¿Puede revisar el robot todas las entradas sin repetir ninguna y volviendo al punto de partida?
- c) En vista de que no hay atranco en las bocas de entrada deciden revisar todos los tramos de la red de alcantarillado. ¿Puede el robot efectuar la revisión sin repetir ninguno de los tramos?
- d) Se decide reparar de forma urgente sólo los tramos que conectan las entradas **f** y **g**. ¿Qué tramos hay que reparar para que el coste sea mínimo?
- e) Se decide desplazar la entrada **e** y situarla en el interior de la región delimitada por las entradas **a**, **b**, **c**, conectándola exclusivamente con **a**, **b**, **c**. ¿La red resultante es isomorfa a la red original?



EJERCICIO 5 (15 puntos)

Halla una expresión booleana mínima, en forma de suma de productos, para la función booleana que toma valor 1 en el conjunto siguiente:

$$S(f) = \{(10001), (01101), (10010), (11101), (01111), (10111), (10011), (11111), (10000), (01010)\}$$

Observaciones:

- **TIEMPO: 3 horas**
- **Justifica todas las respuestas.**
- Sólo se valorarán aquellas respuestas que utilicen los métodos desarrollados en esta asignatura.
- No está permitido el uso de calculadoras, ordenadores personales, ni teléfonos móviles.