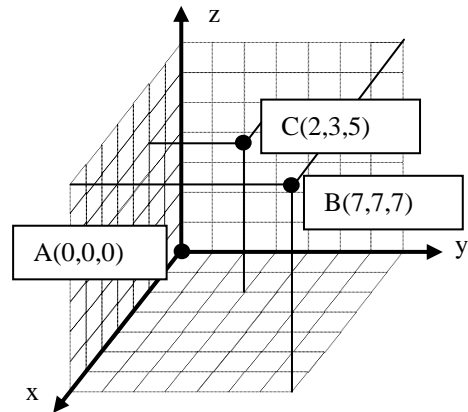


## MATEMÁTICA DISCRETA GRUPO 11 M

1. (1 pts.) Hallar el valor de  $x$  en la expresión  $7^{11722} \equiv x \pmod{12}$ .
2. (1 pts.) Hallar las soluciones enteras, no congruentes, de la ecuación  $75x = 6$  en  $Z_{24}$ .
3. (1 pts.) ¿Cuántas quinielas, de 14 resultados, hay que hacer para asegurar 5 aciertos al menos?

4. (1 pts.) La retícula de la figura representa una zona aérea. Un helicóptero situado en el punto A, pretende llegar al punto B. Suponiendo que las únicas direcciones permitidas de viaje son las direcciones positivas de los ejes siguiendo las líneas de la retícula, ¿cuántos caminos distintos conducen de A hasta B? ¿Y si el helicóptero tiene que repostar en C?



5. (1,5 pts.) Resolver la ecuación de recurrencia

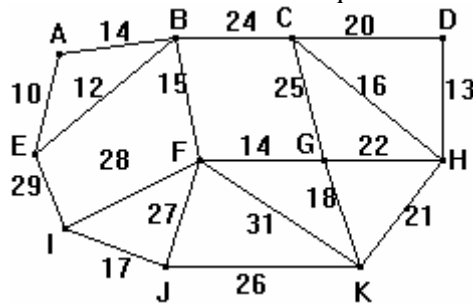
$$\begin{cases} a_n = 5a_{n-1} - 8a_{n-2} + 4a_{n-3} + 2^n \\ a_0 = 0, \quad a_1 = 1, \quad a_2 = 11 \end{cases}$$

6. (1,5 pts.) Si  $G = (V, A)$  es un grafo simple se llama complementario de  $G$  al grafo  $\bar{G} = (V, A^*)$  que tiene los mismos vértices que  $G$  y por aristas a todos los pares de vértices que no son aristas de  $G$ . Se pide:

- a) Si  $G$  tiene  $v$  vértices y  $a$  aristas, ¿cuántas aristas tiene su complementario?
- b) Probar que si  $G$  es simple, conexo y planar con  $v \geq 3$ , entonces  $a \leq 3(v - 2)$ .
- c) Probar que si  $G$  y  $\bar{G}$  son planares, entonces  $v < 11$ .

7. (1 pts.) En la figura aparece un grafo ponderado  $G$ .

- a) Construir el árbol generador mínimo de  $G$ .
- b) Calcula los caminos más cortos desde A a los vértices que disten de A menos de 45.



8. (1 pts.) Un grafo  $G$  conexo tiene la siguiente sucesión gráfica  $d = (5, 4, 4, 3, 3, 3, 2, 2, 2)$ .

- a) Si  $G$  es planar, ¿cuántas caras tiene?, ¿es un grafo euleriano?
- b) Si  $G$  es bipartido, ¿cuál es su número cromático?, ¿es un grafo hamiltoniano?

9. (1 pts.) Obtener una expresión booleana para la función  $f(x, y, z, t)$  que toma el valor 1 en el subconjunto  $S(f) = \{ (0001), (0011), (0110), (0111), (1001), (1010), (1011), (1101), (1111) \}$  de  $B^4$  y 0 en su complementario. Simplificar la expresión anterior en forma de "mínima suma de productos".

### OBSERVACIONES:

- TIEMPO: 3 horas
- Sólo se valorarán aquellas respuestas razonadas y que utilicen los métodos desarrollados en la asignatura de Matemática Discreta.
- No está permitido el uso de calculadoras, ordenadores personales, ni teléfonos móviles.