APELLIDOS: NOMBRE:	Nota: /10

Hoja 1 - Teoria - Números complejos

Ejercicio 1. La exponencial compleja se define como $e^z : \mathbb{C} \to \mathbb{C}$ tal que Nota: /6

$$e^{a+bi} = e^a(\cos b + i \operatorname{sen} b).$$

i) Comprobar que $e^z e^w = e^{z+w}$.

ii) Calcular $e^{-z}e^z$. Deducir que $e^{-z} = \dfrac{1}{e^z}$.

iii) Calcular $e^{-z} - e^z$. Deducir que $\operatorname{sen}\alpha = \dfrac{e^{\alpha i} - e^{-\alpha i}}{2i}$, si $\alpha \in \mathbb{R}$.

iv) Calcular $e^{-z} + e^z$. Deducir una fórmula similar a la anterior para el $\operatorname{sen}\alpha$.

Ejercicio 2. El logaritmo complejo se define como $\ln z = \ln|z| + i\arg(z) + 2k\pi i, \quad k \in \mathbb{Z}$.
Comprobar que $e^{\ln z} = z$. Nota: /2

Ejercicio 3. Sea $P_n(z) = A_0 + A_1 z + A_2 z^2 + \ldots + A_n z^n$ un polinomio con coeficientes reales, es decir, $A_k \in \mathbb{R}$, $\forall k \in \{0, 1, 2, \ldots, n\}$.

Comprobar que si $z_0 = a + bi$ es raíz de $P_n(z)$, entonces $\overline{z_0} = a - bi$ también es raíz de $P_n(z)$. Nota: /2