Primer Parcial
24 de Enero de 2003

Cálculo Infinitesimal

Tiempo 2h.
$2+2+2+2+2$

APELLIDOS:	
	GRUPO:
NOMBRE:	

1. a) Sea $A = \{x \in \mathbb{R} \,|\, \sqrt{2-|x-3|} \geq 1\} \cup \{\frac{1}{n^2} | n \in \mathbb{N}\}$. Representar el conjunto A y calcular, si existen, el supremo, el ínfimo, el máximo y el mínimo de dicho conjunto.

   b) Sean z y w dos números complejos que verifican:

   $$w^3(z^2+8) = 2z - z^2 - 4.$$

   Si $z = 1+3i$, calcular w en forma binómica.

2. Sea

   $$g(x) = \frac{|x^2-2x-3|(x-2)sen(\pi/x)}{x^3-4x^2+x+6}$$

   Calcular:

   a) El dominio D de la función g.

   b) Se define:

   $$f(x) = \begin{cases} g(x) & \text{si} \quad x \in D \\ 0 & \text{si} \quad x \notin D \end{cases}$$

   Estudiar la continuidad de f y analizar las discontinuidades que presenta.

3. Representar gráficamente la función:

   $$f(x) = \ln\left(\frac{x^3}{3x-2}\right)$$

4. Calcular a y b de forma que exista una función $f : (0,\infty) \to \mathbb{R}$ de clase C^∞ que verifique las condiciones siguientes:

   i)

   $$\int_1^{x^2} f(t)dt = e^{x^2} + ax^6 + bx^4,$$

   ii) El polinomio de Taylor de f de grado 2 en torno a $x=1$ sea:

   $$P_{2,1}(x) = -\frac{3e}{4} + \frac{5e}{4}(x-1)^2.$$

5. a) Calcular el volumen de revolución engendrado al girar en torno al eje OX la región $D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2,\, 0 \leq y \leq \sqrt{x}e^{2x},\, 0 \leq x \leq 1\}$.

   b) Calcular la longitud de la curva $y = \ln(\cos x)$ desde $x=0$ a $x = \frac{\pi}{4}$.