Examen Final
Segundo Parcial
24 de Enero de 2003

Cálculo Infinitesimal

Tiempo 2h.
$2.5 + 2.5 + 2.5 + 2.5$

APELLIDOS:	
	GRUPO:
NOMBRE:	

1. a) Calcular el siguiente límite:

$$\lim_{n\to\infty}\left(tg\left(\frac{\pi}{4}+\frac{k}{n}\right)\right)^n, \qquad k\in\mathbb{R}\,.$$

   b) Analizar el carácter de las siguientes series, sumando aquellas que converjan:

$$i)\sum_{n=1}^{\infty}\left|\cos\left(\frac{1}{n}\right)\right|, \qquad ii)\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{2}{3}\right)^{n/2}, \qquad iii)\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{ln(4^n+5^n)}.$$

2. Sea $f_n(x)=\int_0^x \operatorname{sen}^n t\,dt$, $n\in\mathbb{N}$,

   a) Para cada $n\in\mathbb{N}$, calcular $f_n'(x)$.

   b) Calcular $g(x)=\lim_{n\to\infty} f_n'(x)$, para los puntos $x\in[-\pi,\pi]$ para los que exista dicho límite.

   c) ¿Es continua la función g? Para cada $n\in\mathbb{N}$ ¿Es continua la función f_n'? ¿Hay convergencia uniforme?

3. Sea $f:\mathbb{R}^2\to\mathbb{R}$ tal que:

$$f(x,y)=\begin{cases} xy\operatorname{sen}\dfrac{\pi(x-y)}{2(x+y)} & \text{si} \quad y\neq -x \\ 0 & \text{si} \quad y=-x. \end{cases}$$

   a) Determinar: $\dfrac{\partial f}{\partial x}(0,0), \dfrac{\partial f}{\partial y}(0,0), \dfrac{\partial^2 f}{\partial x\partial y}(0,0), \dfrac{\partial^2 f}{\partial y\partial x}(0,0)$.

   b) Estudiar la diferenciabilidad de f en $(0,0)$.

4. Sea $f(x,y)=x^3+y^3-3xy$, obtener

   a) Los extremos relativos de f en $\mathbb{R}^2$.

   b) El máximo y mínimo absolutos de f en el cuadrado

$$D=\{(x,y)\in\mathbb{R}^2,\ -2\le x\le 2,\ -2\le y\le 2\}.$$