

APPELLIDOS:

GRUPO:

NOMBRE:

1. Responder sólo una de las dos opciones siguientes

- **Opción 1:** Calcular el radio de convergencia y el intervalo de convergencia de la siguiente serie de potencias:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n+3)(n+4)} \frac{(x+1)^n}{(-3)^n},$$

y sumarla para $x = -4$.

- **Opción 2:** Determinar la longitud de la curva dada por:

$$x = a(1 - \operatorname{sen} t) \quad y = a(1 - \operatorname{cost}).$$

2. Dada la función

$$f(x, y) = \int_0^{\sqrt{x^2+y^2+1}} \frac{1}{1+t^2} dt,$$

se pide:

- Continuidad en $(0, 0)$.
- Diferenciabilidad en $(0, 0)$.
- Extremos relativos.

3. Dada $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ tal que

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{xy}{x^4 + y^6} & \text{si } (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & \text{si } (x, y) = (0, 0). \end{cases}$$

Se pide:

- Estudiar la continuidad en \mathbb{R}^2 .
- Determinar las derivadas parciales en el origen y estudiar la diferenciabilidad en \mathbb{R}^2 .
- Calcular, si existe, la derivada direccional de $f(x, y)$ en el punto $(0, 0)$ según el vector $\bar{v} = (1, 2)$.
- ¿En qué dirección es máxima la derivada direccional en el origen? ¿En qué dirección es nula?

4. Hallar los máximos y mínimos de la función $f(x, y) = x + y^2$ con la condición $\Gamma \equiv 2x^2 + y^2 - 1 = 0$.