

1. a) Determinar el dominio y las asíntotas de la función

$$f(x) = \sqrt{2 - |x - 1|} + (x - 2) \ln(|x - 1| - 1)$$

- b) Sea $f: [0, 2] \rightarrow \mathbb{R}$ tal que $f(x) = (2x)^{1/\cos(\frac{\pi}{2}x)}$ si $x \neq 1$ y $f(1) = 0$.
Estudiar la continuidad de f en $x = 1$.

- c) Hallar la ecuación de la recta tangente a la curva $x^2 + xy^2 + y^3 + 3 = 0$ en el punto de abscisa $x = 1$.

2. Calcular, si existen, el máximo y el mínimo absolutos en el intervalo $[-2, 2]$ de la función

$$F(x) = \int_0^{x^2} (1 - t) e^{-t} dt$$

3. Dada la función $f(x) = \frac{\cos^3 x}{2 - \sin x}$, se pide:

- a) Expresar mediante integrales el área de la región limitada por el eje x y la gráfica de la función f en el intervalo $[-\frac{\pi}{2}, \pi]$.
- b) Calcular el área de la región limitada por el eje x y la gráfica de la función f en el intervalo $[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$.

4. a) Estudiar la convergencia de la serie $\sum_{n=1}^{\infty} 3^{\ln n} \left(1 + \sin \frac{\pi}{4}\right)^{3n}$

- b) Estudiar, en el intervalo $[e^{-1}, e]$, la convergencia puntual de la sucesión de funciones $\{f_n(x)\} = \{(\ln x)^n\}$

5. Dada la curva en paramétricas $\begin{cases} x(t) = \frac{t}{\sqrt{1+t^2}} \\ y(t) = \frac{1}{\sqrt{1+t^2}} \end{cases}, t \in \mathbb{R}$

- a) ¿En qué puntos hay recta tangente horizontal?

- b) Calcular las rectas tangentes en el punto $\left(\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$.

6. Sea $\bar{f}(x, y) = \left(x + (x - 1) \cos \frac{1}{(x - 1)^2 + y^2}, \sqrt{y + x^2 + 4}\right)$, definida en el punto $(1, 0)$ como $\bar{f}(1, 0) = (1, \sqrt{5})$.

Estudiar la diferenciabilidad de \bar{f} en el punto $(1, 0)$ y calcular, en caso afirmativo, la matriz jacobiana de \bar{f} en el punto $(1, 0)$.

7. Se desea construir una caja de base rectangular sin tapa, de volumen $4m^3$. Hallar las dimensiones de la caja que tenga menor superficie, suponiendo que existe.