

1. Calcular el dominio y las asíntotas de la función  $f(x) = \frac{\sqrt{x^2 - 16}}{2 - \sqrt{|x|}} - \ln\left(\frac{8}{x} - 1\right)$ .

2. Dada la función  $f(x) = \frac{x}{\sqrt{1+x^4}}$ ,  $x \geq 0$ ,

- a) Estudiar los intervalos de crecimiento y decrecimiento.
- b) Calcular los extremos absolutos y relativos.

3. Dada la función  $F(x) = \int_0^x \frac{t+2}{t^2-4t+8} dt$

- a) Calcular  $F'(x)$ .
- b) Hallar el polinomio de Taylor de  $F$  de grado 2 en  $x = 2$ .

4. a) Calcular el siguiente límite:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{n!}{(n+1)!+1} + \frac{n!}{(n+1)!+2} + \dots + \frac{n!}{(n+1)!+n} \right)$$

b) Sumar, de las siguientes series, las que sean convergentes:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{n^2+1} \qquad \sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n^2-1}$$

5. Sea  $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$  dada por

$$f(x,y) = \begin{cases} \ln \frac{2|x^2-2x+y^2|}{x^2+y^2} & \text{si } x^2-2x+y^2 \neq 0 \\ 0 & \text{si } x^2-2x+y^2 = 0 \end{cases}$$

- a) Estudiar la continuidad y la diferenciabilidad de  $f$  en  $(0,0)$ .
- b) Contestar las siguientes cuestiones sin obtener explícitamente las derivadas parciales:  
¿Son continuas las derivadas parciales de  $f$  en  $(1,0)$ ?  
¿Hasta qué orden se pueden obtener las derivadas parciales de  $f$  en dicho punto?
- c) Calcular el plano tangente a la función y el gradiente en el punto  $(-1,1)$ .  
¿Cuál es el vector normal a este plano?  
Hallar la derivada direccional de  $f$  en el punto  $(-1,1)$  según la dirección  $\vec{v} = (1,1)$ .

6. Calcular el máximo y el mínimo absolutos de la función  $f(x,y) = x^4 + y^4 + x^2y^2$  en el recinto  $D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 / x^2 + y^2 \leq 64\}$ .