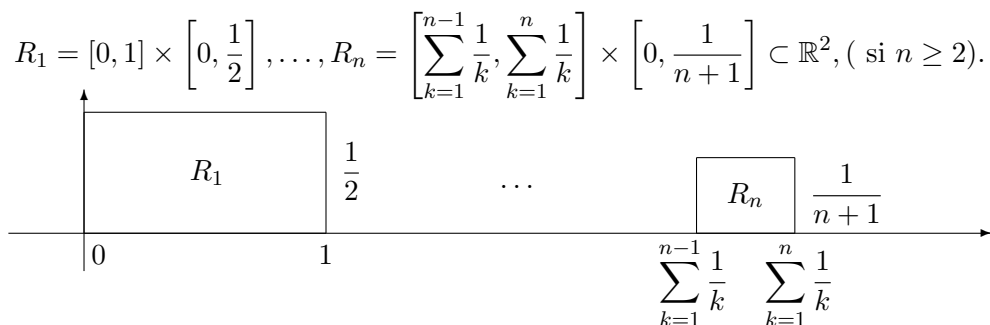


APELLIDOS:

GRUPO:

NOMBRE:

- Señalar la certeza o falsedad de las cuestiones que aparecen en la siguiente página. (Cada pregunta con los tres apartados acertados puntuará 0.5, dos aciertos y la otra en blanco 0.3 y con uno o más errores no puntúa)
- Sea $f : A \subset \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ dada por $f(x) = \frac{x^2}{x+1} e^{1/x}$. Se pide:
 - Estudiar las asíntotas y el crecimiento y decrecimiento de f .
 - Sin hacer cálculos adicionales, dibujar la gráfica.
- Sea $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ dada por $f(x) = \begin{cases} ax^3 + bx^2 + cx + d & \text{si } x \leq 0 \\ \sin^2 x & \text{si } x > 0. \end{cases}$ Calcular a, b, c y d para que la función f sea de clase 2 y se cumpla que el área de la región limitada por la función, el eje OX y las rectas $x = 0$ y $x = \pi$ sea igual a $5/2$ el volumen de revolución generado al girar f alrededor del eje OX , entre los puntos $x = -1$ y $x = 0$.
- Se considera la siguiente sucesión de regiones rectangulares del plano



- Determinar, si es finita, la suma de las bases de todos los rectángulos R_n .
 - Determinar, si es finita, la suma de las áreas de todos los rectángulos R_n .
- Considerese la sucesión de funciones dada por $f_n(x) = nxe^{-nx}$. Se pide:
 - Estudiar el campo de convergencia y su convergencia puntual.
 - Comprobar si permutan el límite y la integral en el campo de convergencia.
 - Estudiar la convergencia uniforme de $\{f_n(x)\}$.
 - Sea $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ dada por $f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^3}{x^2 + y^2} & \text{si } (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & \text{si } (x, y) = (0, 0). \end{cases}$ Se pide:
 - Estudiar la continuidad en \mathbb{R}^2 .
 - Determinar las derivadas parciales en todos los puntos de \mathbb{R}^2 .
 - Estudiar la diferenciabilidad de f en $(0, 0)$. Calcular la dirección de máxima variación de $f(x, y)$ en el punto $(1, 1)$.
 - Calcular, si existen, el máximo y el mínimo absoluto de f en el triángulo de vértices $(0, 0)$, $(1, 0)$ y $(1, 1)$.

Señalar la certeza o falsedad de las siguientes afirmaciones.

V F

i) a) El conjunto $A = \{\frac{1}{n} | n \in \mathbb{N}\}$ tiene mínimo $a = 0$.

b) Si $|x - \sqrt{3}| \leq 1 \Leftrightarrow x \in [\sqrt{2}, 2]$

c) $\lim_{x \rightarrow 0} x e^{1/x} = 0$.

ii) a) f continua en $[a, b] \Rightarrow f$ integrable en $[a, b]$.

b) f derivable en $a \Rightarrow f$ continua en a .

c) f continua en $a \Rightarrow f$ derivable en a .

iii) Sea (a_n) una sucesión de números reales tal que $a_n \rightarrow a$.

a) La sucesión es acotada.

b) Si $a \in \mathbb{R} - \{0\}$, entonces $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^{na_n} = e$.

c) Si $a \in \mathbb{R} - \{0\}$, entonces $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{a_n}{n^2}$ diverge.

iv) Sea $f : A \subset \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ continua en A .

a) Si A es compacto, existen máximo y mínimo absolutos de f en A .

b) Si f es continua en $(0, 0)$, entonces f es diferenciable en $(0, 0)$.

c) Si f es diferenciable en $(0, 0)$, entonces las derivadas parciales de f en $(0, 0)$ son continuas.