

Cálculo Infinitesimal

Examen Extraordinario
12 de Septiembre de 2000

Tiempo 3h.
1 + 2 + 1,5 + 1,5 + 2 + 2

APELLIDOS:

GRUPO:

NOMBRE:

1. **Teoría:** Probar que toda función de varias variables diferenciable es continua.

2. a) Sabiendo que $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = a$, hallar el límite $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\frac{a_1}{1} + \frac{a_2}{2} + \dots + \frac{a_n}{n}}{\log n}$.

b) Estudiar la convergencia de las siguientes series y sumar las que sean convergentes:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n+1)^2 - 1} \qquad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n+1)^2 - n^2}$$

3. a) Calcular el dominio A de la función g dada por $g(x) = \left(\frac{1}{x-2} - \frac{1}{|x-2|} \right) \frac{\operatorname{sen} x}{x^2 + x} e^{-1/|x-1|}$.

b) Clasificar las discontinuidades de f definida como:

$$f(x) = \begin{cases} g(x) & \text{si } x \in A \\ 0 & \text{si } x \notin A \end{cases}$$

4. Dada la función $f(x) = (x^2 - 4)^{2/3}$, se pide:

a) Estudiar la derivabilidad de f .

b) Estudiar los intervalos de crecimiento y decrecimiento de f .

c) Calcular los máximos y mínimos absolutos de f en el intervalo $[-2, 2]$.

d) Dibujar la gráfica de f .

5. a) Calcular $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\int_0^{x^2} \operatorname{sen} \sqrt{t} dt}{x^3}$

b) Probar que la región limitada por la parábola $y = \frac{2}{a^2}x - \frac{1}{a^3}x^2$ y el eje x tiene área independiente de a , para $a > 0$.

6. a) Calcular el límite $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} (1 + x^2 y^2)^{-1/(x^2 + y^2)}$.

b) Calcular los extremos relativos de la función $f(x, y) = 4x^2 e^y - 2x^4 - e^{4y}$.