

Cálculo Infinitesimal

Segundo Examen Parcial
5 de Junio de 1999

Tiempo 3h.
2 + 1 + 2 + 2 + 3

APELLIDOS:

GRUPO:

NOMBRE:

1. **Teoría:** Teorema de *Rolle*. Teorema del valor medio de *Lagrange*.
2. Dada la función $f(x) = \sqrt{x+1}$, se pide:
 - a) Calcular el polinomio de *Taylor* de grado 4 de f en $a = 0$.
 - b) Dar un valor aproximado de $\sqrt{1,5}$ utilizando un polinomio de grado 2 y dar una acotación del error cometido.

3. a) Calcular $\lim_{x \rightarrow \infty} e^{-x^2} \int_0^x e^{t^2} dt$.
b) Calcular la altura que alcanzará el agua en un depósito esférico de 4m de radio si éste se encuentra a los $\frac{3^4}{4^4}$ de su capacidad.

4. a) Estudiar la convergencia puntual y uniforme de las sucesiones de funciones

$$f_n(x) = \frac{\arctan x}{n} \quad \text{y} \quad g_n(x) = \arctan\left(\frac{x}{n}\right).$$

- b) Estudiar la convergencia puntual y uniforme de la serie de funciones

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\arctan x}{n^2}.$$

- c) Calcular el radio de convergencia de la serie de potencias

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\arctan n}{n} (x-1)^n.$$

5. a) Consideramos la función $f(x, y) = \begin{cases} \frac{(x-1)^2 y - (x-1)y^2}{(x-1)^2 + y^2} & \text{si } (x, y) \neq (1, 0) \\ 0 & \text{si } (x, y) = (1, 0), \end{cases}$

- i) Estudiar la diferenciabilidad de f .
 - ii) Calcular en el punto $(0, 0)$: el gradiente, el plano tangente y la derivada direccional según el vector $(1, 1/2)$.
- b) Encontrar los valores máximo y mínimo de $f(x, y, z) = x - y + 2z$ sobre el elipsoide de ecuación $x^2 + y^2 + 2z^2 = 4$.