

APPELLIDOS Y NOMBRE:	GRUPO:
----------------------------	--------

1. **Teoría:** Probar que toda función monótona es integrable.

2. Dada la serie de potencias $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n+1}{n^2(n+1)^2} (x-1)^n$. Se pide:

- a) Estudiar su convergencia.
- b) Hallar la suma de la serie numérica para $x = 2$.

3. Dadas las funciones $f(x) = xe^{-x}$ y $g(x) = x^2e^x$. Se pide:

- i) Calcular el área de la región acotada limitada por sus gráficas.
- ii) Analizar si el área limitada por las gráficas de las funciones anteriores, en toda la región $x \geq 0$ es o no finita.

4. Sea la función $g : A \rightarrow \mathbb{R}$ definida por la expresión

$$g(x, y) = (x^2 - y^2) \operatorname{sen} \frac{\pi}{x + y},$$

y sea $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ dada por $f(x, y) = \begin{cases} g(x, y) & \text{si } (x, y) \in A, \\ 0 & \text{si } (x, y) \notin A. \end{cases}$ Responder los siguientes apartados:

- i) Calcular las derivadas parciales de f en el punto $(0, 0)$.
- ii) Analizar la diferenciabilidad de f en el punto $(0, 0)$.

5. Calcular los extremos absolutos de la función $f(x, y) = 4x^2 + 9y^2 - x^2y^2$ en el recinto $\Omega = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + y^2 \leq 4\}$.

Nota: Contestar la pregunta de teoría en el reverso de esta página.