Primer Parcial	Cálculo Infinitesimal	Tiempo 3h.
26 de Enero de 2005		2+1+2+1.5+2+1.5

1. Enunciar y demostrar el Teorema de Rolle.

2. Sabiendo que $z = -1 + i$ es un cero del polinomio

$$P(z) = z^6 + 2z^5 + 2z^4 - z^3 - 2z^2 - 2z$$

hallar el resto de ceros en forma binómica.

3. *a*) Calcular, si existe, el límite de la sucesión recurrente $\begin{cases} a_1 = 0 \\ a_{n+1} = \sqrt[3]{7a_n - 6} \end{cases}$

   y determinar el supremo, ínfimo, máximo y mínimo del conjunto $A = \{a_n,\ n \in \mathbb{N}\}$.

   b) Calcular $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \cdots + \frac{1}{n}}{\ln n^{\alpha}}$ con $\alpha > 0$

4. Sea la función $g : A \longrightarrow \mathbb{R}$ con $A \subset \mathbb{R}$, dada por $g(x) = \dfrac{\operatorname{sen} x}{x-2}\left|\dfrac{x-2}{x}\right| e^{-1/|x+1|}$. Se pide:

   a) El dominio A de la función g .

   b) Estudiar los tipos de discontinuidad de la función $f : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ dada por

$$f(x) = \begin{cases} g(x) & \text{si} \quad x \in A \\ 0 & \text{si} \quad x \notin A \end{cases}$$

5. Dada la función

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{x^2+1}{x-1} & \text{si} \quad x \leq 0 \\[2ex] \dfrac{2x-1}{(x+1)^2} & \text{si} \quad x > 0 \end{cases}$$

   a) Determinar sus asíntotas.

   b) Estudiar su derivabilidad.

   c) Calcular sus extremos absolutos en el intervalo $\left[-\frac{1}{2}, 3\right]$.

6. *a*) Obtener el polinomio de Taylor de grado tres de la función $f(x) = \sqrt[3]{x+1}$ en el punto $a = 0$.

   b) Utilizando el polinomio anterior, calcular un valor aproximado de $\sqrt[3]{2}$ y acotar el error cometido.