Examen Extraordinario de Febrero 26 de Enero de 2005	Cálculo Infinitesimal	Tiempo 3h. 1+2+2+2+1+1+1

1. Sabiendo que $z=-1+i$ es un cero del polinomio

$$P(z)=z^6+2z^5+2z^4-z^3-2z^2-2z$$

hallar el resto de ceros en forma binómica.

2. *a*) Calcular, si existe, el límite de la sucesión recurrente $\begin{cases} a_1=0 \\ a_{n+1}=\sqrt[3]{7a_n-6} \end{cases}$

   y determinar el supremo, ínfimo, máximo y mínimo del conjunto $A=\{a_n,\ n\in\mathbb{N}\}$.

   b) Calcular $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\cdots+\frac{1}{n}}{\ln n^{\alpha}}$ con $\alpha>0$

3. Dada la función

$$f(x)=\begin{cases} \dfrac{x^2+1}{x-1} & \text{si} \quad x\le 0 \\[2ex] \dfrac{2x-1}{(x+1)^2} & \text{si} \quad x>0 \end{cases}$$

   a) Determinar sus asíntotas.

   b) Estudiar su derivabilidad.

   c) Calcular sus extremos absolutos en el intervalo $\left[-\frac{1}{2},3\right]$.

4. *a*) Calcular el valor de a para que el volumen de revolución engendrado al girar, alrededor del eje OX, la región encerrada por la curva $y=\sqrt{x}\,\sqrt[4]{a-x^2}$ con $a>0$, sea igual a 1.

   b) Sea $F(x)=\displaystyle\int_{\operatorname{sen}^2 x}^{1}\frac{1}{t^2-7t+10}\,dt$.

   1) Calcular $F'(x)$ para $x\in(-1,1)$.

   2) Calcular $F(0)$.

5. Estudiar la convergencia de la serie $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(x+4)^n}{n\,3^n}$.

6. Dada la función $\overline{f}:\mathbb{R}^2\to\mathbb{R}^2$, con $\overline{f}(x,y)=\begin{cases} \left(xy^2\operatorname{sen}\frac{x}{y},\ \operatorname{arctg}(xy)\right) & \text{si} \quad y\ne 0 \\ (0,0) & \text{si} \quad y=0 \end{cases}$

   a) Estudiar la continuidad de $\overline{f}$ en $\mathbb{R}^2$.

   b) Estudiar la diferenciabilidad de $\overline{f}$ en $\mathbb{R}^2$.

7. Calcular los extremos relativos de la función $f(x,y)=\left(x^2+y^2\right)^2-4x^2$.