Examen Extraordinario de Septiembre 6 de Septiembre de 2004	Cálculo Infinitesimal	Tiempo 3h. 1+2+2+2+1+2

1. Estudiar la continuidad de la función

$$f(x)=\begin{cases} \dfrac{2(1-\cos x)}{x^2} & \text{si} \quad x<0 \\ 1 & \text{si} \quad x=0 \\ \dfrac{2}{x}-\dfrac{2}{e^x-1} & \text{si} \quad x>0 \end{cases}$$

2. Dada la función $f(x)=\ln\left|\dfrac{1-x}{1+x}\right|$, se pide:

   a) Dominio y asíntotas.

   b) Intervalos de crecimiento y decrecimiento estrictos.

   c) Intervalos de concavidad y convexidad.

   d) Gráfica.

3. *a*) Calcular el área de la región acotada limitada por las gráficas de las siguientes funciones:

$$f(x)=\frac{1}{3}x^{1/2} \qquad\qquad g(x)=x^{3/2}$$

   b) Obtener el volumen de revolución engendrado al girar, la región limitada por las gráficas de $f(x)=\sqrt{\dfrac{x^2-7x}{x^2-7x+10}}$, $x=3$, $x=4$ y el eje OX, alrededor del eje OX.

4. *a*) Se considera la sucesión $\{a_n\}$ definida por recurrencia $\begin{cases} a_1=\frac{2}{5} \\ a_{n+1}=\frac{2}{5}+\frac{4}{5}a_n \end{cases}$

   Demostrar la existencia del límite de la sucesión $\{a_n\}$ y calcular $\lim\limits_{n\to\infty} a_n$.

   b) Estudiar la convergencia de $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n^a}\left(\frac{a^2}{4}\right)^n$ dependiendo de los valores de $a\in\mathbb{R}$.

5. Dada la curva en coordenadas polares $r=\dfrac{3}{2+\operatorname{sen}\theta}$, determinar las rectas tangentes verticales a dicha curva.

6. *a*) Representar gráficamente el dominio de la función $f(x,y)=\dfrac{1}{\operatorname{sen}(\pi xy)}$.

   b) Calcular, si existe, $\displaystyle\lim_{(x,y)\to(0,1)}\frac{x^2+y^2-1}{\sqrt{x^4+(y-1)^2}}$.

   c) Clasificar los puntos críticos de la función $f(x,y)=(x-1)(y-1)(x+y-1)$.