

EXAMEN FINAL (Parte II)

Tiempo: 1h. y 30 min.

1. (1 p.) Sabiendo que $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = a$, hallar el siguiente límite:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\frac{a_1}{1} + \frac{a_2}{2} + \frac{a_3}{3} + \dots + \frac{a_n}{n}}{\text{Log}(n)}$$

2. (1 p.) Averiguar si la serie converge y, en caso afirmativo, sumarla.

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2^n} \frac{n+2}{n(n+1)}$$

3. (0.5 p.) Ecuaciones cartesianas de las rectas tangentes horizontales de la curva:

$$\begin{cases} x(t) = \cos t \\ y(t) = \sin t \cdot \cos t \end{cases}$$

4. (0.5 p.) Dibujar la curva $\rho = (\cos \theta) - 1$ indicando el sentido de recorrido.

5. (1 p.) Dada la función: $f(x, y) = \begin{cases} (x-y)^2 \cos\left(\frac{1}{x-y}\right) + 2e^{x-y}, & x \neq y \\ 2, & x = y \end{cases}$

Calcular las derivadas parciales en los puntos de la forma (a, a) .

6. (1 p.) Sabiendo que la superficie $x \cos y + y \cos z + z \cos x = \frac{\pi}{2}$ tiene plano tangente en el punto $P = (0, 0, \frac{\pi}{2})$, determinar la dirección de máxima pendiente (indicando si es Norte, Sur, Noroeste, etc.) al caminar sobre la superficie desde el punto P. Dar el ángulo que determina la pendiente máxima en grados.