DERIVADAS (IV)

Ejercicio 1. Calcular los límites siguientes, por aplicación de la regla de L'Hopital.

i) $\lim_{x\to 0} \frac{\operatorname{sen} ax}{\operatorname{sen} bx}$ ii) $\lim_{x\to \frac{\pi}{2}} \frac{\tan 3x}{\tan x}$

iii) $\lim_{x\to 0} \frac{\cosh x - \cos x}{x^2}$ iv) $\lim_{x\to 0} \frac{a^x - a^{\operatorname{sen} x}}{x^3}, \quad (a > 0)$

v) $\lim_{x\to 0} \frac{\cos(\operatorname{sen} x) - \cos x}{x^4}$ vi) $\lim_{x\to 0} \frac{1}{x\sqrt{x}} \left(\sqrt{a} \arctan \sqrt{\frac{x}{a}} - \sqrt{b} \arctan \sqrt{\frac{x}{b}} \right)$

vii) $\lim_{x\to 0} (\cot x)^{\operatorname{sen} x}$ viii) $\lim_{x\to 0} \left(\frac{\operatorname{arcsen} x}{x} \right)^{1/x^2}$

Ejercicio 2. La suma de dos números no negativos es 36. Hallar dichos números para que:

i) La diferencia de sus raíces cuadradas sea lo más grande posible.

ii) La suma de sus raíces cuadradas sea lo más grande posible.

Ejercicio 3. Un triángulo isósceles tiene un vértice en el origen y su base es paralela al eje x con vértices en la parte positiva de la función $y = 27 - x^2$. Calcular el de mayor área.

Ejercicio 4. Un campo de atletismo se construye en forma de rectángulo de lado x, con semicírculos de radio r en ambos extremos. El campo estará rodeado por una pista de 400m. ¿Qué valores de x y r harán que el campo tenga la máxima área posible?

Ejercicio 5. Hallar la altura y el radio del mayor cilindro circular recto que puede estar contenido en una esfera de radio $\sqrt{3}$.

Ejercicio 6. Determinar las dimensiones del cilindro cerrado de mayor volumen entre todos los de un área determinada A.

Ejercicio 7. Con una plancha cuadrada de lado L se quiere construir una caja rectangular abierta, cortando en cada esquina cuadrados de lado x. La altura de la caja coincide precisamente con x. ¿Cuál debe ser la altura dada para conseguir la máxima capacidad?