

EJERCICIOS DE REPASO

Ejercicio 1. Calcular:

$$\begin{array}{lll}
 \text{i)} & 5(2x^2 - 1) + 7 \cdot 4x - 3x(-5x + 4 \cdot 3 - 20) & \text{ii)} \quad \frac{3^4 3^8}{3^{14}} & \text{iii)} \quad \sqrt{\frac{256}{729}} \\
 \text{iv)} & (x-2) \frac{3x - 2\sqrt{3} + 1}{x^2 - 4} \frac{5}{3x - 1} & \text{v)} \quad \left(\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{5}} \frac{1}{\sqrt{2}} \right)^4 & \text{vi)} \quad \sqrt[4]{\frac{5^8}{3^{12} 7^4}} \\
 \text{vii)} & \frac{4}{7} \left(\frac{(x-1)^2}{5x+3} : \frac{x^2 - 2x + 1}{5x+3} \right) & \text{viii)} \quad [(\sqrt{3})^3]^{-2} & \text{ix)} \quad (2^{-3})^4 \\
 \text{x)} & \sqrt{24} - 5\sqrt{6} + \sqrt{486} & \text{xi)} \quad \frac{a^3 a^{-6} b^5}{b^3 b^{-2} a^4} & \text{xii)} \quad \left(\frac{2a}{3b} \right)^{-3} \\
 \text{xiii)} & \sqrt{\frac{(5 \cdot 10^{-6})(4 \cdot 10^2)}{8 \cdot 10^5}} & \text{xiv)} \quad \sqrt{\frac{(0.00004)(25000)}{(0.02)^5(0.125)}} & \text{xv)} \quad \log_{\frac{2}{3}}\left(\frac{27}{8}\right) \\
 \text{xvi)} & 4^{\log_2(8)} & \text{xvii)} \quad \frac{3}{4} \log_{\frac{1}{8}}\left(\frac{1}{128}\right) & \text{xviii)} \quad 3^{-2 \log_3(5)} \\
 \text{xix)} & \log_a(b) \log_b(a) & \text{xx)} \quad \frac{x}{(z-x)(x-y)} + \frac{y}{(x-y)(y-z)} + \frac{z}{(y-z)(z-x)}
 \end{array}$$

Ejercicio 2. Racionalizar:

$$\begin{array}{llll}
 \text{i)} \quad \frac{3}{\sqrt{7}} & \text{ii)} \quad \frac{5 + 3\sqrt{2}}{\sqrt{3}} & \text{iii)} \quad \frac{4}{\sqrt[3]{5}} & \text{iv)} \quad \frac{2 - 5\sqrt{3}}{\sqrt[4]{6}} \\
 \text{v)} \quad \frac{5}{3 + \sqrt{2}} & \text{vi)} \quad \frac{6}{\sqrt{3} - \sqrt{2}} & \text{vii)} \quad \frac{a}{\sqrt{a} + \sqrt{b}} & \text{viii)} \quad \frac{\sqrt{3+a}}{\sqrt{3-a}}
 \end{array}$$

Ejercicio 3. Resolver:

$$\begin{array}{ll}
 \text{i)} & 4[(x-2) + 3(2x-1)] + 2(2x+1) = 12(x+2) - 2 & \text{ii)} \quad \frac{1}{8-x} - \frac{1}{x-2} = \frac{1}{4} \\
 \text{iii)} & \sqrt{x^2 + 8x + 7} - \sqrt{2x+2} = x + 1 & \text{iv)} \quad \frac{1-x}{\sqrt{x^2 - 2x + 5}} = \frac{3}{5} \\
 \text{v)} & \sqrt{9-x} - \sqrt{6-x} = \sqrt{3} & \text{vi)} \quad \sqrt{x} - \sqrt{x+2} = \frac{6}{\sqrt{x}} \\
 \text{vii)} & \frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}+2} = \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-3}
 \end{array}$$

Ejercicio 4. Sabiendo que $\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$ comprobar que $\binom{n}{k-1} + \binom{n}{k} = \binom{n+1}{k}$.**Ejercicio 5.** Desarrollar los binomios:

$$\text{i)} \quad (3x - 4y)^5 \quad \text{ii)} \quad (e^x - e^{-x})^3 \quad \text{iii)} \quad \left(ax - \frac{y}{a}\right)^6$$

Ejercicio 6. Calcular:

$$\begin{array}{ll}
 \text{i)} & \text{El coeficiente de } x^{30} \text{ en } (x^3 - \sqrt{x})^{15} & \text{ii)} & \text{El coeficiente de } x^{28} \text{ en } \left(x^2 + \frac{x}{2}\right)^{20} \\
 \text{iii)} & \text{El coeficiente de } x^5 \text{ en } (3x - x^{-1})^7
 \end{array}$$

Ejercicio 7. Resolver las siguientes desigualdades:

$$\begin{array}{llll}
 \text{i)} & -5(2-x) < 15 & \text{ii)} & x^2 - 1 < 0 & \text{iii)} & (x-2)^2 > 0 & \text{iv)} & x^3(x-2)(x+3)^2 < 0 \\
 \text{v)} & 2+x > 4+3x & \text{vi)} & x^2 - 3 > 2x & \text{vii)} & x^3 < 8 & \text{viii)} & x^2 < 4 \\
 \text{ix)} & \frac{1}{x} < 5 & \text{x)} & \frac{1}{2x} > -1 & \text{xi)} & \frac{1}{x-3} < 2 & \text{xii)} & x < \frac{1}{x} \\
 \text{xiii)} & \frac{1}{x^2-4} < \frac{1}{2} & \text{xiv)} & \frac{x+3}{2x+5} \geq 3 & \text{xv)} & \frac{1}{x} + \frac{1}{1-x} > 0 & \text{xvi)} & \frac{1}{1+x^2} < 1
 \end{array}$$

Ejercicio 8. Representar en la recta real los siguientes conjuntos:

$$\begin{array}{ll}
 \text{i)} & A = \left\{ \frac{1}{n} \mid n \in \mathbb{N} \right\} \cup \{0\} & \text{ii)} & A = \left\{ (-1)^n \left(1 + \frac{1}{n}\right) \mid n \in \mathbb{N} \right\} \\
 \text{iii)} & A = \{(-1)^n \mid n \in \mathbb{N}\} & \text{iv)} & A = [0, 1] \setminus \left\{ \frac{1}{n} \mid n \in \mathbb{N} \right\} \\
 \text{v)} & A = \left\{ (-1)^n + \frac{1}{m} \mid m, n \in \mathbb{N} \right\} & \text{vi)} & A = \{x \in \mathbb{R} \mid x < 0 \text{ ó } x^2 < 2\} \\
 \text{vii)} & A = \left\{ (-1)^n \frac{1}{n} \mid n \in \mathbb{N} \right\} & \text{viii)} & A = \left\{ \frac{1}{m} + \frac{1}{n} \mid m, n \in \mathbb{N} \right\} \cup ((3, 5] \cap (4, 7))
 \end{array}$$

Ejercicio 9. Calcular y representar en la recta real:

$$\begin{array}{lll}
 \text{i)} & \bigcap_{n=1}^{\infty} (-n, n) & \text{ii)} & \bigcup_{n=2}^{\infty} \left[1 + \frac{1}{n}, 2 - \frac{1}{n}\right] & \text{iii)} & \bigcap_{n=1}^{\infty} \left[2 - \frac{1}{n}, 2 + \frac{1}{n}\right] \\
 \text{iv)} & \bigcap_{n=1}^{\infty} \left(2 - \frac{1}{n}, 2 + \frac{1}{n}\right) & \text{v)} & \bigcap_{n=1}^{\infty} \left(1 + \frac{1}{n}, 2 + \frac{1}{n}\right) & \text{vi)} & \bigcup_{n=1}^{\infty} \left[1 + \frac{1}{n}, 2 + \frac{1}{n}\right]
 \end{array}$$

Ejercicio 10. Escribir las ecuaciones de los conjuntos que se describen a continuación:

1. Recta que pasa por el punto $(-1, 1)$ y tiene pendiente 2.
2. Recta que pasa por los puntos $(0, 1)$ y $(1, 0)$.
3. Puntos cuya distancia al punto $(1, 3)$ es igual a 5.
4. Puntos cuya suma de distancias a los puntos $(-1, 0)$ y $(1, 0)$ es igual a 5.
5. Puntos cuya diferencia de distancias a los puntos $(-1, 0)$ y $(1, 0)$ es igual a 2.

Ejercicio 11. Representar en \mathbb{R}^2 los siguientes conjuntos:

$$\begin{array}{l}
 A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x > 0\} \\
 B = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid |x| > 0 \wedge |y| > 2\} \\
 C = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid y - 2 \geq 3x + 6\} \\
 D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + (y - 1)^2 < 1\} \\
 E = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + 3x + y^2 = \frac{5}{2}\} \\
 F = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + 2y^2 \leq 1\} \\
 G = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 - 2x + 2y^2 = 0\} \\
 H = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 - y^2 = 1\} \\
 I = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 - 2y - 1 = 0\}
 \end{array}$$