Cálculo Infinitesimal

Examen Final — Tiempo 2h.
3 de febrero de 2000 — $2+2+2+2+2$

APELLIDOS:	GRUPO:
NOMBRE:	

1. Responder la pregunta de teoría o uno de los dos problemas (solo una de las tres opciones)

   Teoría. Probar el teorema fundamental del cálculo.

   Problema 1. Dada la sucesión de funciones $f_n(x) = 3e^{-nx}$, se pide:

   a) El límite puntual $f(x) = \lim_{n\to\infty} f_n(x)$, en el intervalo $(0,1)$.

   b) Estudiar la convergencia uniforme.

   Problema 2. Determinar una ecuación de la tangente a la curva intersección de las superficies
   $$x^2 + y^2 - z = 8$$
   $$x - y^2 + z^2 = -2,$$
   en el punto $(2,-2,0)$.

2. Estudiar la convergencia de las siguientes series y sumar una de ellas.

   a) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3n-2}{2^{n-1}}$.

   b) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n+1)^2-1}$.

3. Calcular el área limitada por las curvas $f(x) = xe^{-x}$ y $g(x) = x^2e^{-x}$ en $x \geq 0$.

4. Sea la función $g : A \longrightarrow \mathbb{R}$, definida por la expresión $g(x,y) = (x^2-y^2)\operatorname{sen}\dfrac{\pi}{x+y}$, y sea $f : \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}$ dada por
   $$f(x,y) = \begin{cases} g(x,y) & \text{si } (x,y) \in A \\ 0 & \text{si } (x,y) \notin A \end{cases}$$
   Se pide:

   a) Continuidad de f en el punto $(0,0)$.

   b) Derivadas parciales de f en el punto $(0,0)$.

   c) Diferenciabilidad de f en el punto $(0,0)$.

5. Calcular los extremos relativos de $f(x,y) = 4x^2e^y - 2x^4 - e^{4y}$.